

Calcul littéral

I Réduire une expression

A. Expression littérale sans parenthèses

Rappels

Pour simplifier une expression littérale, on ne met pas de signe \times :

- entre deux lettres ($xy = x \times y$)
- entre deux parenthèses ($(x + 3)(x + 4) = (x + 3) \times (x + 4)$)
- entre une lettre et une parenthèse ($x(3 + x) = x \times (3 + x)$)
- entre un nombre et une parenthèse ($2(x+4) = 2 \times (x + 4)$)

Pour simplifier une écriture on écrit:

$$a \times a = a^2$$

$$a \times a \times a = a^3$$

Déf.1 (réduire)

Réduire une expression c'est regrouper les termes qui sont semblables en effectuant toutes les opérations que l'on peut faire afin d'écrire l'expression avec le moins de termes possibles.

Autrement dit, on regroupe les nombres entre eux, les termes avec des x entre eux, les termes avec des x^2 entre eux, ...

Exemples

$$A = 2x + 3x + 10x$$

$$= (2 + 3 + 10)x$$

$$= 15x$$

$$B = -6x^2 + 4x^2 - 2x^2$$

$$= (-6 + 4 - 2)x^2$$

$$= -4x^2$$

$$C = 2x^2 - 7x + 3 + 4x^2 - 5 + 2x$$

$$= 2x^2 + 4x^2 - 7x + 2x + 3 - 5$$

$$= (2 + 4)x^2 + (-7 + 2)x + (3 - 5)$$

$$= 6x^2 - 5x - 2$$

B. Expression littérale avec parenthèses

Pour réduire une expression littérale avec des parenthèses, il faut bien faire attention au signe qui se trouve devant la parenthèse:

- ◆ Si il y a un signe + devant la parenthèse, on doit ajouter chacun des termes
Autrement dit: il suffit d'enlever les parenthèses

Exemples

$$3 + (x - 5y) = 3 + x - 5y$$

$$\begin{aligned} 2x + (4x + 2 - 3y) &= 2x + 4x + 2 - 3y \\ &= 6x - 3y + 2 \end{aligned}$$

- ◆ Si il y a un signe - devant la parenthèse, on doit **ajouter l'opposé** de chacun des termes
Autrement dit: on doit **changer TOUS les signes** des termes qui sont **dans la parenthèse** qui est précédée du signe - .

Exemples

$$7 - (4x + 2y) = 7 - 4x - 2y$$

$$5 - (2x - 5y) = 5 - 2x + 5y \text{ (on change le signe de } 2x \text{ et le signe de } -5y)$$

II Développer

A. Distributivité simple

Déf.2 (développer)

Développer c'est transformer un produit en somme.

Formulation mathématique:

Soit a, b et k trois nombres relatifs. On a :

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$$

et

$$k \times (a - b) = k \times a - k \times b$$

Exemples

$$\begin{aligned} A &= 5 \times (x + 3) \\ &= 5 \times x + 5 \times 3 \\ &= 5x + 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= 5(x + x^2) \\ &= 5x + 5x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C &= x(7 + x) \\
 &= 7 \times x + x \times x \\
 &= x^2 + 7x \text{ penser à ordonner}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D &= -5x(2 - x) \\
 &= -5x \times 2 - (-5x) \times x \\
 &= -10x - (-5x^2) \\
 &= -10x + 5x^2 \\
 &= 5x^2 - 10x
 \end{aligned}$$

Application au calcul mental

Calculer 104×12

$$\begin{aligned}
 12 \times 104 &= 12 \times (100 + 4) \\
 &= 12 \times 100 + 12 \times 4 \\
 &= 1200 + 48 \\
 &= 1248
 \end{aligned}$$

B. Double distributivité

Soit a,b, c et d des nombres relatifs.

On a:

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

On distribue chacun des termes de la première parenthèse à tous les termes de la deuxième parenthèse.

Exemples

$$\begin{aligned}
 A &= (3x + 5)(2x + 3) \\
 &= 3x \times 2x + 3x \times 3 + 5 \times 2x + 5 \times 3 \\
 &= 6x^2 + 9x + 10x + 15 \\
 &= 6x^2 + 19x + 15
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B &= (5x + 2)(4x - 5) \\
 &= 5x \times 4x + 5x \times (-5) + 2 \times 4x + 2 \times (-5) \\
 &= 20x^2 - 25x + 8x - 10 \\
 &= 20x^2 - 17x - 10
 \end{aligned}$$

III Factoriser

Déf.3 (factoriser)

Factoriser c'est transformer une somme en produit.

Factoriser est donc le processus inverse de développer.

Méthode: il faut faire apparaître un facteur commun

Exemples:

$$\begin{aligned} A &= 3x + 27 \\ &= 3x + 3 \times 9 \\ &= 3(x + 9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= (x + 5)^2 + (x + 5)(3x - 2) \\ &= (x + 5) \times (x + 5) + (x + 5)(3x - 2) \\ &= (x + 5)((x + 5) + (3x - 2)) \\ &= (x + 5)(x + 5 + 3x - 2) \\ &= (x + 5)(4x + 3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= (3x + 1)^2 - (3x + 1)(x - 2) \\ &= (3x + 1) \times (3x + 1) - (3x + 1)(x - 2) \\ &= (3x + 1)((3x + 1) - (x - 2)) \\ &= (3x + 1)(3x + 1 - x + 2) \\ &= (3x + 1)(2x + 3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= (4x + 3)^2 + (4x + 3) \\ &= (4x + 3) \times (4x + 3) + (4x + 3) \times 1 \\ &= (4x + 3)((4x + 3) + 1) \\ &= (4x + 3)(4x + 4) \end{aligned}$$